

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi ispit – 4. srpnja 2025.

**Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

**Zadatak 1.** Neka su  $H$  i  $O$  redom ortocentar i centar opisane kružnice trokuta  $\triangle ABC$ . Označimo sa  $H_A, H_B$  i  $H_C$  osnosimetrične slike ortocentra u odnosu na pravce  $BC, CA$  i  $AB$  redom, a sa  $A'$  centralnosimetričnu sliku točke  $A$  u odnosu na točku  $O$ .

- a) Dokažite da je  $\angle BAH = \angle OAC$  i zaključite da je  $|BH_A| = |A'C|$ .  
b) Dokažite da je

$$|A'H_B| = |BC| = |A'H_C|.$$

**Zadatak 2.** Neka su  $K$  i  $L$  točke na stranicama  $\overline{AB}$  i  $\overline{AC}$  trokuta  $\triangle ABC$  takve da je

$$\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{|AL|}{|LC|} = 2.$$

Dokažite da se pravci  $BL$  i  $CK$  sijeku na težišnici iz vrha  $A$ .

**Zadatak 3.** Dana je kocka  $ABCD A' B' C' D'$ . Ako zajednička normala pravaca  $A'B$  i  $B'C$  siječe dužinu  $\overline{A'B}$  u točki  $M$ , odredite omjer  $|A'M| : |MB|$ .

*Napomena.* Vrhovi kocke označeni su tako da su dvije strane kocke  $ABCD$  i  $A'B'C'D'$  te da su  $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$  i  $\overline{DD'}$  bridovi kocke.

**Zadatak 4.** Zadani su pravac  $p$  i ravnina  $\pi$ :

$$p \dots \frac{x-10}{1+\lambda} = \frac{y-5}{-1-\lambda} = \frac{z+\lambda}{1}, \quad \pi \dots (1+\lambda)x + (1+\lambda)y + (-1+\lambda)z = -6.$$

- a) Odredite  $\lambda \in \mathbb{R}$  takav da pravac  $p$  i ravnina  $\pi$  budu međusobno okomiti.  
b) Za vrijednost  $\lambda$  iz a), nađite dvije točke na  $p$  koje su za točno 2 udaljene od ravnine  $\pi$ .

**Zadatak 5.** Iz točke  $P$  povučene su dvije tangente na parabol. Dirališta tangenata su točke  $A$  i  $B$ , a  $M$  je polovište dužine  $\overline{AB}$ . Dokažite da se polovište dužine  $\overline{PM}$  nalazi na paraboli.